

---

**Travaux Pratiques de théorie des signaux aléatoires**  
**Variables aléatoires**

---

Ce TP est divisé en trois parties concernant respectivement : l'analyse et la caractérisation de différentes variables aléatoires, l'étude du théorème central limite et enfin, les v.a. bidimensionnelles.

**Première partie : Caractérisation de variables aléatoires**

La fonction de matlab `val` permet de générer un tableau de  $N$  réalisations d'une v.a. particulière. Ainsi la commande matlab :

`x = val(10)`

génère un tableau `x` de 10 valeurs de la v.a. numéro 1 et `x(3)` contient la valeur de la troisième réalisation de la v.a.

Question : Estimer la moyenne, la variance ainsi que l'allure de la fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition de la v.a. `val` (voir annexe 1 et 2).

(même question pour `va2`, `va3`, `va4` et `va5`, si vous avez le temps une fois le TP fini).

**Deuxième partie : Illustration du théorème central limite**

A partir de la v.a. `val`, on crée une deuxième v.a., nommée `val_accu`, comme la moyenne de 'accu' réalisations de `val`.

Question 1 : Déterminer expérimentalement la moyenne, la variance et la densité de probabilité de `val_accu` pour `accu=2`, `accu=4` et `accu=16` ? Quels résultats retrouvez-vous ?

Question 2 : On génère, à partir du tableau `p1(i) = 1/16` pour  $i=1$  à 16 les 3 tableaux suivants :

```
p2 = conv(p1, p1); % fonction convolution, taper 'help conv' pour en savoir plus
p4 = conv(p2, p2);
p16 = conv(p4, p4);
```

Comparer l'allure des courbes `p2`, `p4` et `p16` avec les densités de probabilité de `val_2`, `val_4` et `val_16`. Comment expliquer ces résultats ?

**Remarque** : Pour créer un tableau de  $N$  variables `val_accu`, il faut d'abord créer un tableau de  $N \times \text{accu}$  réalisations de `val`, puis, sur ce tableau, effectuer  $N$  moyennes par paquet de `accu` valeurs.

### **Troisième partie : variable bidimensionnelle.**

La commande  $[x, y] = \text{va2D1}(N)$  permet de créer  $N$  réalisations  $(x(i), y(i))$  de la v.a. bi-dimensionnelle  $\text{va2D1}$ .

**Question 1** : Donner les moments du premier et du deuxième ordre de  $\text{va2D1}$ , ainsi que le coefficient de corrélation entre  $x$  et  $y$ .

**Question 2** : A l'aide de la fonction  $\text{plot3D}(x, y)$ , visualiser la densité de probabilité de la  $\text{va2D1}$ . Quelle est cette fonction ?

**Question 3** : Estimer la loi de probabilité de  $P(y / 0,3 < x < 0,4)$ . Pouvez-vous prédire ce résultat ?

On considère maintenant la fonction  $\text{va2D2}$ .

**Question 4** : Estimer  $p(y=1/x=1)$ ,  $p(y=1/x=-1)$ ,  $p(y=-1/x=-1)$ ,  $p(y=-1/x=1)$ . En déduire la corrélation, la covariance et le coefficient de corrélation entre  $x$  et  $y$ .

**Annexe 1** : Sous Matlab, il est possible de définir des fonctions à partir de fichier texte. A partir du modèle suivant, vous pouvez créer les fonctions dont vous avez besoin.

Fichier `accu.m`

```
%%%%%%%%%%%%%%  
% Emmanuel Boutillon  
% Exemple de fonction pour le TP 1 signal aleatoire GEII 3.  
% L'entree de la fonction accu est un vecteur  
% Decembre 2000  
%%%%%%%%%%%%%%  
function total = accu(x);  
    total = 0 ; % Le « ; » permet a la commande de ne pas etre affichee  
    for i = 1 : length(x)  
        total = total + x(i) ;  
    end ;
```

Dans le fichier Matlab, si  $x$  est un vecteur, la commande :

$q = \text{accu}(x)$  ;  
donne à la variable  $q$  la somme des éléments du vecteur  $x$ .

**Annexe 2** : On divise le segment  $[\min, \max]$  en  $K$  segments de taille égale, numérotés de 1 à  $K$ . Pour connaître l'indice du segment auquel appartient la valeur  $x$  (avec  $x \in [\min, \max]$ ), il faut utiliser la fonction :

$$\text{Indice\_segment} = \text{floor}((x - \min) * K / (\max - \min) + 1)$$

Notons aussi que chaque segment a une largeur de  $(\max - \min) / K$  et que le milieu du segment  $i$  est donné par :

$$\text{Milieu\_segment\_i} = \min + (\max - \min) * (2*i - 1) / 2K$$

---