
Travaux Pratiques de théorie des signaux aléatoires
Variables aléatoires

Ce TP est divisé en trois parties concernant respectivement : l'analyse et la caractérisation de différentes variables aléatoires, l'étude du théorème central limite et enfin, les v.a. bidimensionnelles.

Première partie : Caractérisation de variables aléatoires

La fonction de matlab va1 permet de générer un tableau de N réalisations d'une v.a. particulière. Ainsi la commande matlab :

$$x = \text{va1}(10)$$

génère un tableau x de 10 valeurs de la v.a. numéro 1 et x(3) contient la valeur de la troisième réalisation de la v.a.

Question : Estimer la moyenne, la variance ainsi que l'allure de la fonction de densité de probabilité et la fonction de répartition de la v.a. va1 (voir annexe 1 et 2).

(même question pour va2, va3, va4 et va5, si vous avez le temps une fois le TP fini).

Deuxième partie : Illustration du théorème central limite

A partir de la v.a. va1, on crée une deuxième v.a., nommée va1_accu, comme la moyenne de 'accu' réalisations de va1.

Question 1 : Déterminer expérimentalement la moyenne, la variance et la densité de probabilité de va1_accu pour accu=2, accu=4 et accu=16 ? Quels résultats retrouvez-vous ?

Question 2 : On génère, à partir du tableau $p1(i) = 1/16$ pour $i=1$ à 16 les 3 tableaux suivants :
 $p2 = \text{conv}(p1, p1);$ % fonction convolution, taper "help conv" pour en savoir plus
 $p4 = \text{conv}(p2, p2);$
 $p16 = \text{conv}(p4, p4);$

Comparer l'allure des courbes p2, p4 et p16 avec les densités de probabilité de va1_2, va1_4 et va1_16. Comment expliquer ces résultats ?

Remarque : Pour créer un tableau de N variables va1_accu, il faut d'abord créer un tableau de $N*accu$ réalisations de va1, puis, sur ce tableau, effectuer N moyennes par paquet de $accu$ valeurs.

Troisième partie : variable bidimensionnelle.

La commande $[x, y] = \text{va2D1}(N)$ permet de créer N réalisations $(x(i), y(i))$ de la v.a. bi-dimensionnelle va2D1.

Question 1 : Donner les moments du premier et du deuxième ordre de va2D1, ainsi que le coefficient de corrélation entre x et y.

Question 2 : A l'aide de la fonction plot3D(x,y), visualiser la densité de probabilité de la va2D1. Quelle est cette fonction ?

Question 3 : Estimer la loi de probabilité de $P(y / 0,3 < x < 0,4)$. Pouvez-vous prédire ce résultat ?

On considère maintenant la fonction va2D2.

Question 4 : Estimer $p(y=1/x=1)$, $p(y=1/x=-1)$, $p(y=-1/x=-1)$, $p(y=-1/x=1)$. En déduire la corrélation, la covariance et le coefficient de corrélation entre x et y .

Annexe 1 : Sous Matlab, il est possible de définir des fonctions à partir de fichier texte. A partir du modèle suivant, vous pouvez créer les fonctions dont vous avez besoin.

Fichier accu.m

```

%% %%%%%%
% Emmanuel Boutillon
% Exemple de fonction pour le TP 1 signal aleatoire GEII 3.
% L'entree de la fonction accu est un vecteur
% Decembre 2000
%%%%%
function total = accu(x);
    total = 0 ; % Le « ; » permet a la commande de ne pas etre affichee
    for i = 1 : length(x)
        total = total + x(i) ;
    end ;

```

Dans le fichier Matlab, si x est un vecteur, la commande :

`q = accu(x);`
donne à la variable `q` la somme des éléments du vecteur `x`

Annexe 2 : On divise le segment $[min, max]$ en K segments de taille égale, numérotés de 1 à K . Pour connaître l'indice du segment auquel appartient la valeur x (avec $x \in [min, max]$), il faut utiliser la fonction :

Indice segment = floor((x - min)*K/(max-min) + 1)

Notons aussi que chaque segment a une largeur de $(\max - \min)/K$ et que le milieu du segment i est donné par :

Milieu segment $j = \min + (\max - \min) * (2*j-1)/2K$