I.U.P. Lorient
Maîtrise GEII **Emmanuel Boutillon**

Travaux Dirigés de signal n°5
Problèmes d'estimations

Exercice n°1 : On considère 3 dés indifférenciables dont deux sont pipés et un correct. Les probabilités respectives d'obtenir (1,2,3,4,5,6) avec les des pipés sont respectivement : (1/9,1/9,1/9, 2/9, 2/9, 2/9).

Un dé est pris au hasard et lancé douze fois de suite. La séquence obtenue est
X = (5,3,4,6,2,2,5,1,6,4,5,4).

a) Pensez-vous que le dé soit pipé ? Pouvez-vous l'affirmer avec conviction ?

b) Même question si le dé est choisi au hasard parmi 20 dés, on un seul est pipé.

Exercice n°2 : On considère le code de parité sur trois bits qui a un couple (b_0, b_1) associe un bit de redondance b_2 de façon à obtenir un triplet (b_0, b_1, b_2) dont le nombre de bits à 1 est pair.

La transmission de chaque bit s'effectue par une modulation : le bit b_i est associé à un signal d'amplitude $x_i = A$ si $b_i=1$, $x_i = -A$ si $b_i=0$. La transmission est bruitée et le signal reçu est de la forme $y_i = x_i + w_i$, avec w_i un bruit blanc gaussien de variance $\sigma = 1$.

<u>Question n°1</u> : Donner les expressions mathématiques de $p(y_i/b_i=1)$ et de $p(y_i/b_i=0)$.

<u>Question n°2</u> : Donner une règle simple pour déterminer avec le maximum de vraisemblance, la valeur de b_i en fonction du signal y_i reçu.

<u>Question n°3</u> : On suppose que A = 2 et que l'on a reçu (y_1, y_2, y_3) = (-3 ; 1 ; -1,5). Déterminer la valeur la plus probable de b_0 et de b_1 en utilisant le fait que le mot émis a un nombre pair de bits à 1.

Exercice n°3 : Une maladie s'est déclarée dans un élevage et 25 % des animaux sont déjà infectés. Un test permet de détecter la maladie : si la bête est malade (hypothèse *M*), son taux d'anticorps suit une loi de probabilité $p_M(x) = N(10000, 2000)$. Si la bête est saine (hypothèse *S*), sont taux d'anticorps τ suit une loi que l'on peut approximer par $p_S(x) = N(7000, 2000)$.

La première action du vétérinaire est préventive et la contagion est stoppée. L'action suivante est curative. Pour cela, le vétérinaire dispose d'un traitement radicale qui soigne 80 % des animaux malades (les 20 % restant meurent), et tue 10 % des animaux sains.

Question n°1 : Combien d'animaux meurent si aucun traitement n'est appliqué ?

Question n°2 : Combien d'animaux meurent si tous les animaux sont soignés.

Cherchons maintenant une stratégie plus efficace.

Question n°3 : Déterminer les lois de probabilité $p_1(\tau)= p(M/\tau)$ et $p_0(\tau) = p(S/\tau)$.

Question n°4 : Déterminer les zones de décisions Δ_1 et Δ_0 des hypothèses M et S qui maximisent la probabilité de détection de la maladie tout en gardant la probabilité de fausse détection de maladie inférieure à 2%.

Question n°5 : En utilisant ce test comme décision pour appliquer le remède, quel est la nouvelle mortalité ?

L'étude pourrait se poursuivre en trouvant la stratégie de soin qui minimise le pourcentage de perte, puis en tenant compte de considération économique : par exemple, si un animal rapporte 50 F et le remède coûte 20 F : quelle est la nouvelle stratégie qui lui permet de minimiser les pertes.