I.U.P. Lorient
Maîtrise GEII **Emmanuel Boutillon**

Travaux Dirigés de signal n°4
Filtrage des processus aléatoires

Exercice n°1 : Un bruit blanc gaussien $W(k)$ de variance σ_W^2 entre dans un filtre linéraire de réponse impulsionnelle $h(0) = 1$, $h(1) = 0{,}5$ et $h(\mathrm{i}) = 0$ si i>1. Soit $x(k)$ le p.a. en sortie du filtre.

<u>Question 1</u> : Donner l'expression de $R_W(\tau)$

<u>Question 2</u> : Donner l'expression de $H(f)$, transformé de Fourier de h.

<u>Question 3</u> : Donner la fonction d'intercorrélation $R_{WX}(\tau) = \mathrm{E}([W(k)X(k+\tau)]$.

<u>Question 4</u> : Déterminer la fonction d'autocorrélation $Rx(\tau)$.

<u>Question 5</u> : En déduire la densité spectrale $S_X(f)$ de X.

<u>Question 6</u> : Vérifier que $S_Y(f) = |H(f)|^2.\sigma_W^2$

Exercice n°2 : Proposer une méthode pour déterminer la réponse impulsionnelle d'un filtre à partir d'un signal d'excitation en entrée centré et blanc.

Exercice n°3 : Filtre moyenneur

On considère la relation $y(n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=n-(N-1)}^{n} x(i)$.

<u>Question 1</u> : Donner la densité spectrale $S_Y(f)$ en fonction de $S_X(f)$.

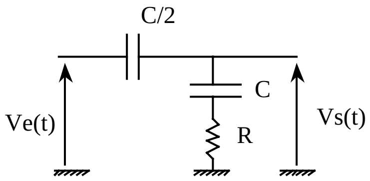
<u>Question 2</u> : Quelle est l'énergie de la suite aléatoire Y si X est une suite aléatoire centrée de d.s.p. constante (bruit blanc) d'amplitude σ_x^2.

<u>Question 3</u> : La s.a. Y est-elle un bruit blanc ?

<u>Remarque</u> Le problème, et les conclusions, sont identiques dans le domaine continu en posant $y(t) = \frac{1}{T} \cdot \int_{t-T}^{t} x(t)dt$

Exercice n°4 : Filtre CRC d'un bruit blanc

On considère le filtre suivant :



Question 1 : Déterminer l'expression de son gain complexe.

Question 2 : On applique à l'entrée un bruit blanc de d.s.p. $N_0/2$. Déterminer les expressions de la d.s.p. et de la fonction d'autocovariance du processus en sortie.

Exercices n°5 : On considère le filtre discret de fonction de transfert
$H(z) = 1/(1- 3/4.\cos(\pi/4).z^{-1} + 9/16.z^{-2})$

Question 1 : Donner la réponse impulsionnelle $h(k)$ de $H(z)$.

Question 2 : Donner la position des pôles du filtre $H(z)$.

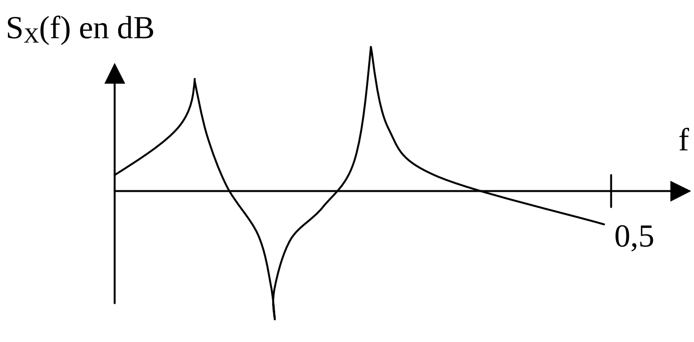
On place en entrée de ce filtre un bruit blanc gaussien $W(k)$ de variance σ_w^2 et l'on obtient en sortie la suite aléatoire $X(k)$.

Question 3 : Donner l'expression de la d.s.p. $S_X(f)$ de X. Pour quelle valeur de f $S_X(f)$ est-il maximum ?

Question 4 : Donner la fonction d'autocovariance $R_X(\tau)$ de X.

Exercice n°6 :

On considère le processus ARMA(N,M) dont la d.s.p. à l'allure suivante :



Question 1 : Donner la valeur minimale de N et de M permettant d'obtenir une d.s.p. ayant cette allure.

Question 2 : Indiquer la position des pôles et des zéros dans le plan complexe.