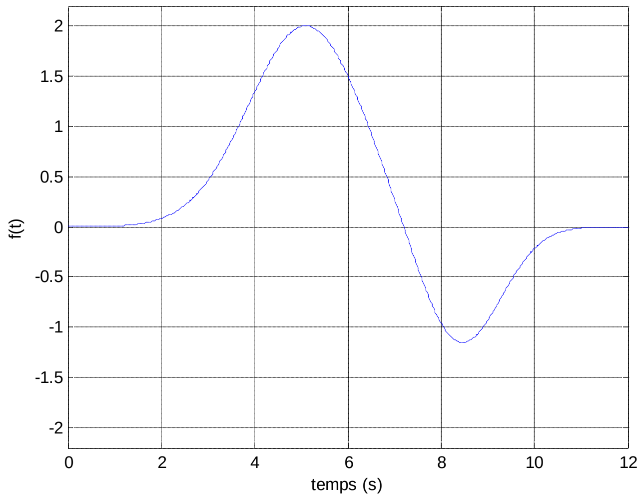
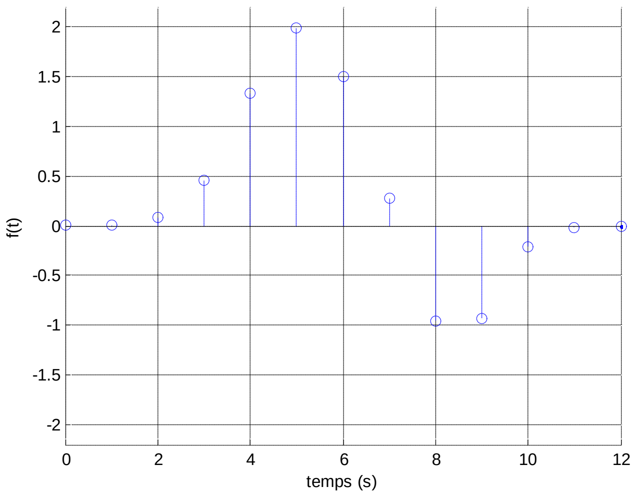
E. Boutillon
Licence 1, UFR SSI

Reconstruction dôun signal échantillonné.

On considère le signal $f\,(t)$ suivant :



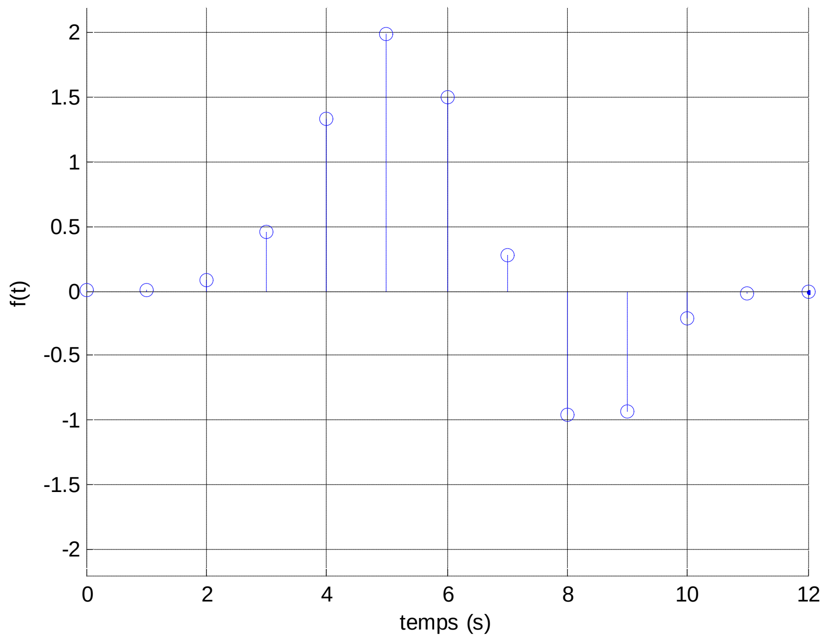
Ce signal passe dans un convertisseur analogique numérique qui mesure la valeur instantanée de f(t) tous les Te = 1 s. Te est appelé période dôéchantillonnage et son inverse (le nombre dôéchantillon par seconde), est appelé la fréquence dôéchantillonnage. Son unité est le Hertz (noté Hz) : $Fe = 1/Te = 1$ Hz. La figure suivante montre le résultat de lôéchantillonnage $f(t)$: $x(n) = f(n \times T_e)$.



La question qui se pose est comment reconstruire $f(t)$ à partir des valeurs échantillonnées ?

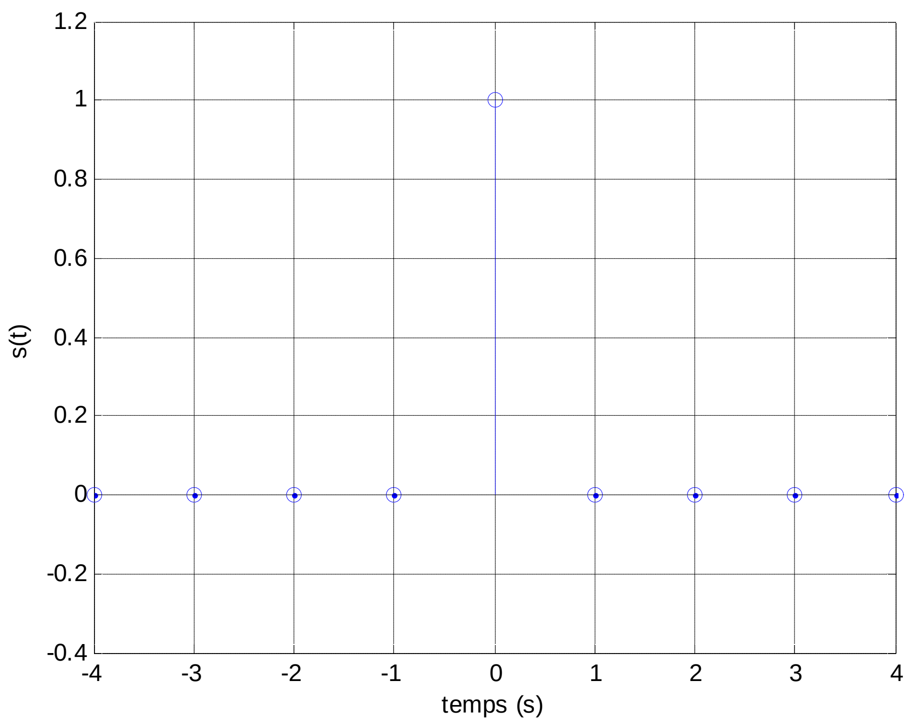
Sur les graphiques suivants, vous essayerez :

a) Reconstruction intuitive à la main.

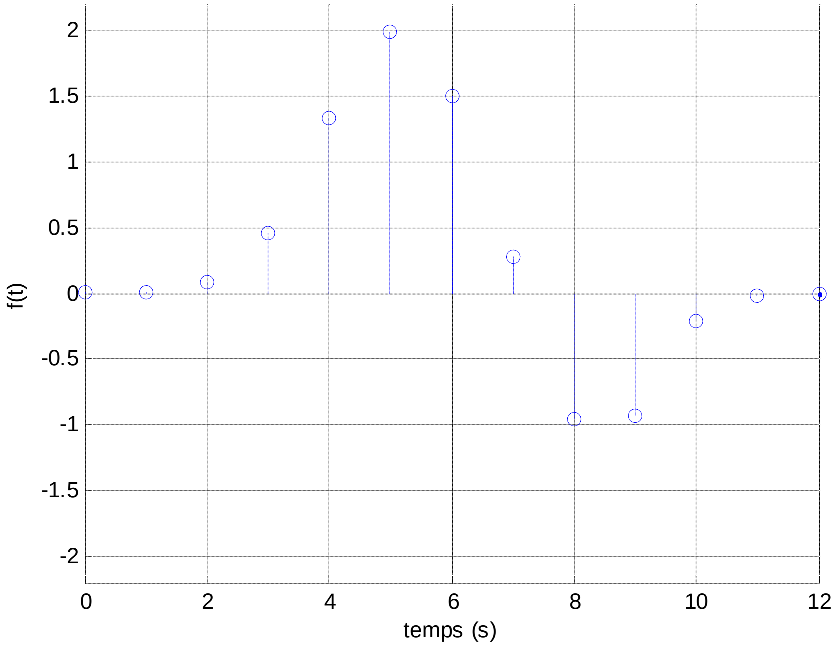


b) Reconstruction mathématique par la fonction rect($t \times Fe$) = 1 si t $\in$ [-1/(2×Fe), 1/(2×Fe)], 0 sinon.

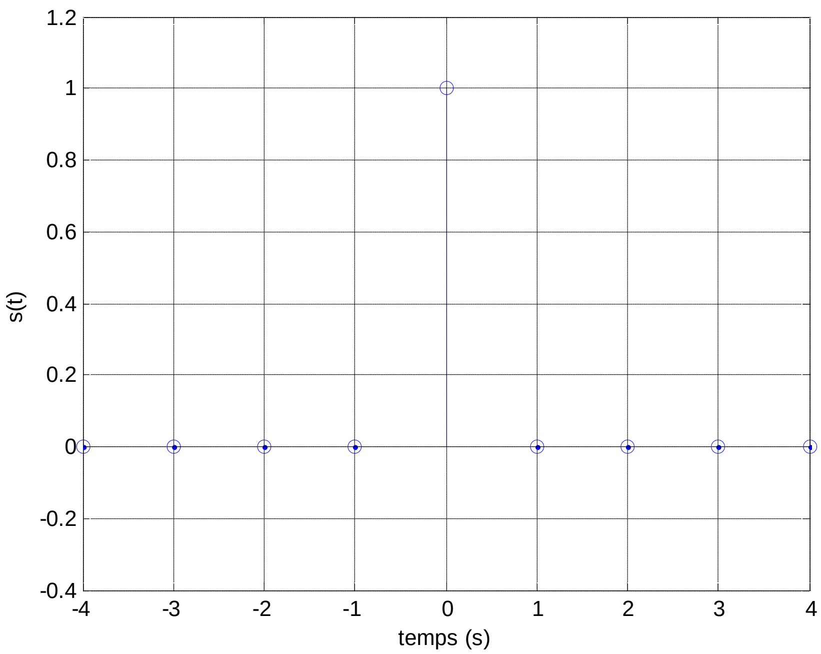
Tracer la fonction rect(t)



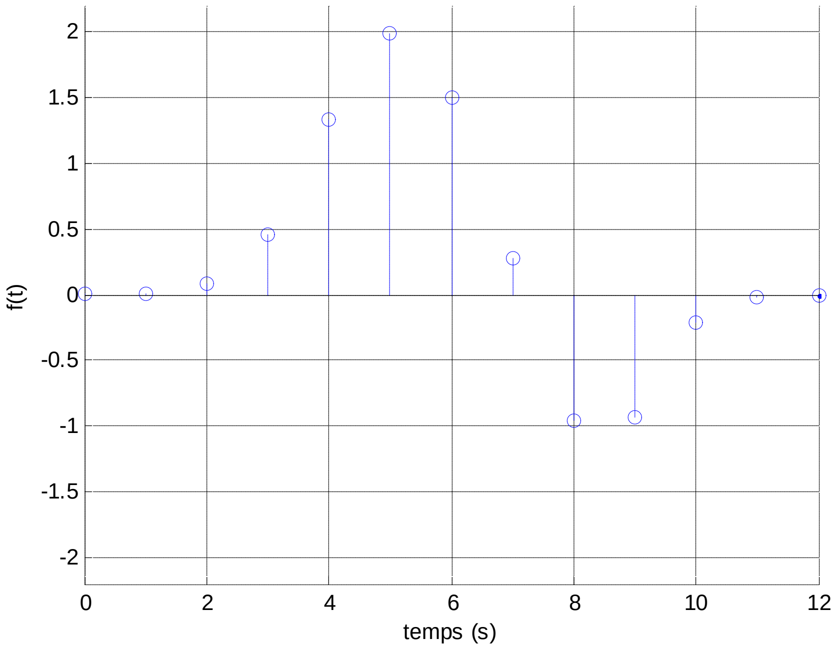
Tracer la fonction reconstruite $\tilde{f}_r(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n) rect(t - n / Fe)$



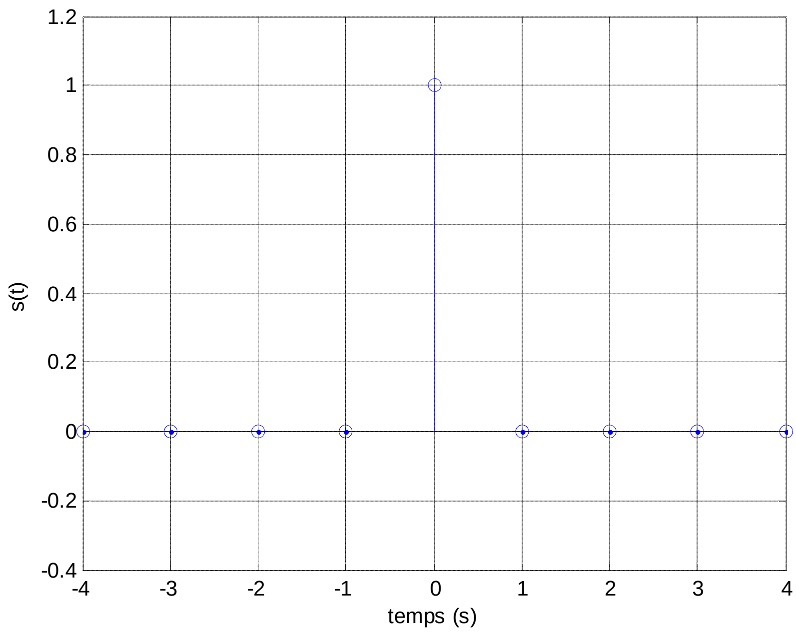
c) Reconstruction mathématique par la fonction triang($t \times Fe$) défini par triang($t \times Fe$) = t/Fe +1 si t $\in$ [-1/Fe, 0], triang($t \times Fe$) = 1-t/Fe si $t \in$ [0, 1/Fe], 0 sinon.
Tracer la fonction triang(t)



Tracer la fonction interpolée $\tilde{f}_t(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n) triang(t - n / Fe)$



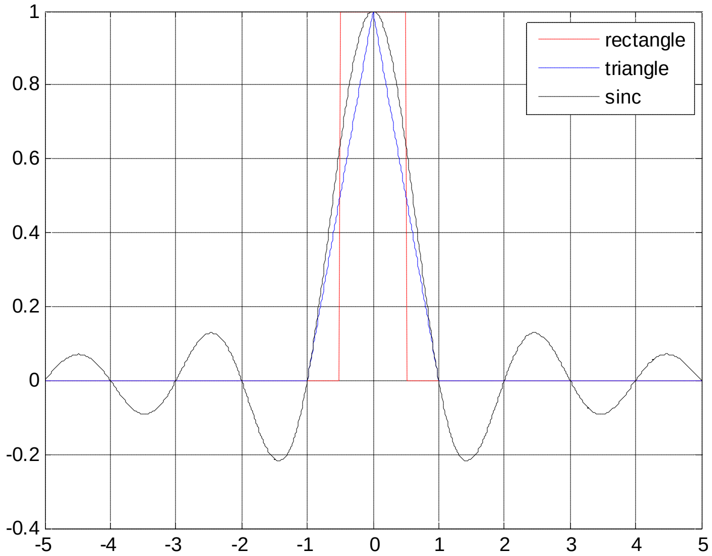
d) On considère maintenant le cas très simple dûune unique impulsion. Essayer de tracer la courbe ayant les courbures les moins accentuées possibles passant par tous les points.



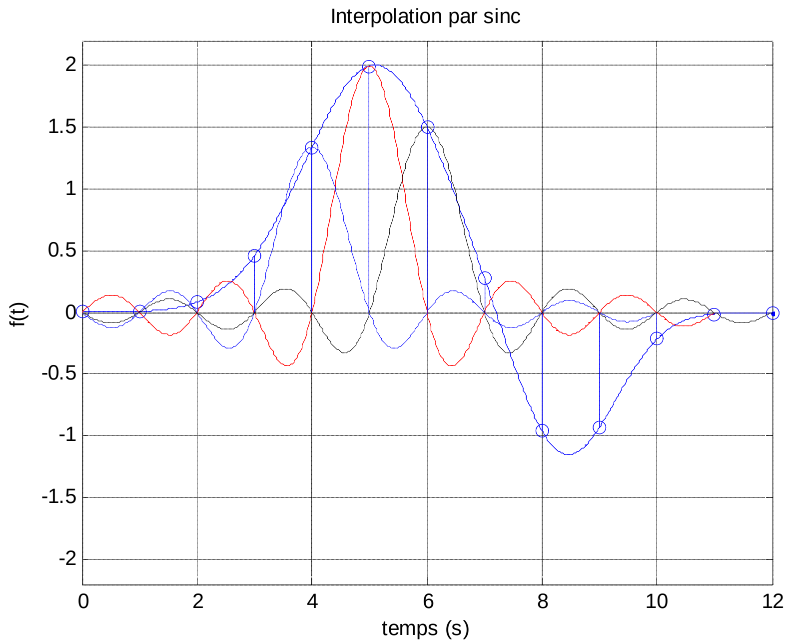
Pouvez-vous retrouver quelle est la fonction mathématique correspondante ? Proposer une reconstruction du signal f(t) à partir de cette fonction ?

Reconstruction dôun signal échantillonné.(suite)

Fonction dôinterpolation



Résultat dôinterpolation avec le sinus cardinal : $\tilde{f}_t(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n) \sin ct - n / Fe)$

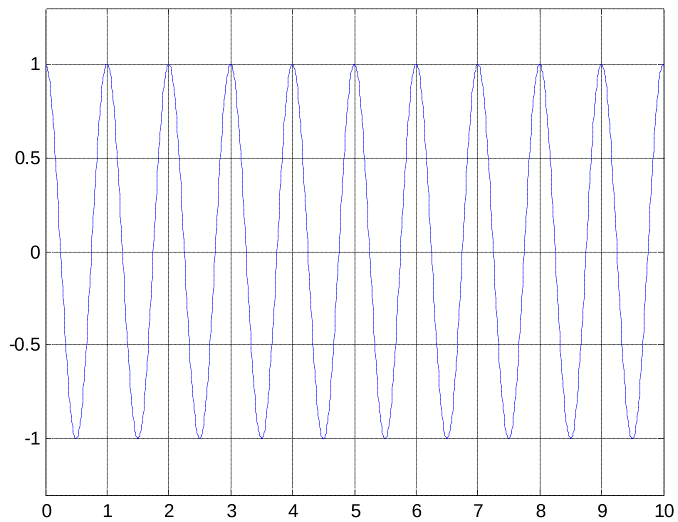


On est capable de reconstruire parfaitement le signal !

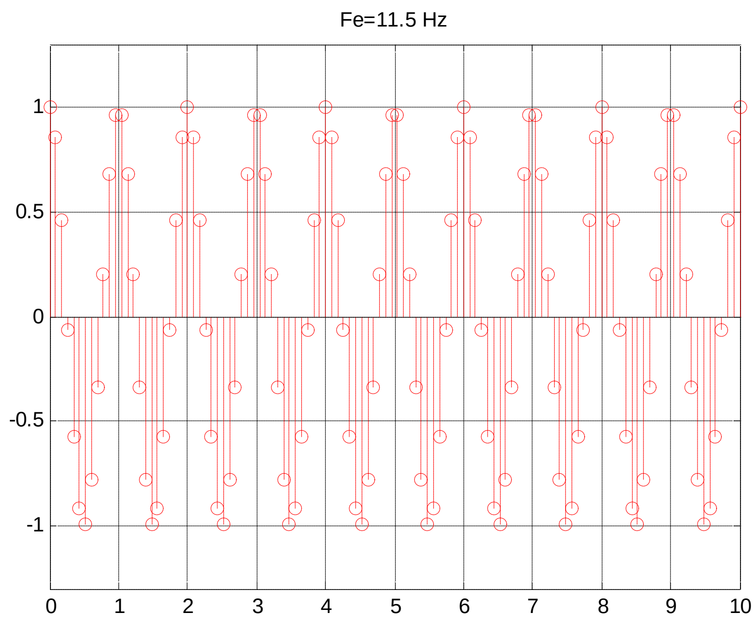
E. Boutillon
Licence 1, UFR SSI

Echantillonnage dûun signal sinusoïdal

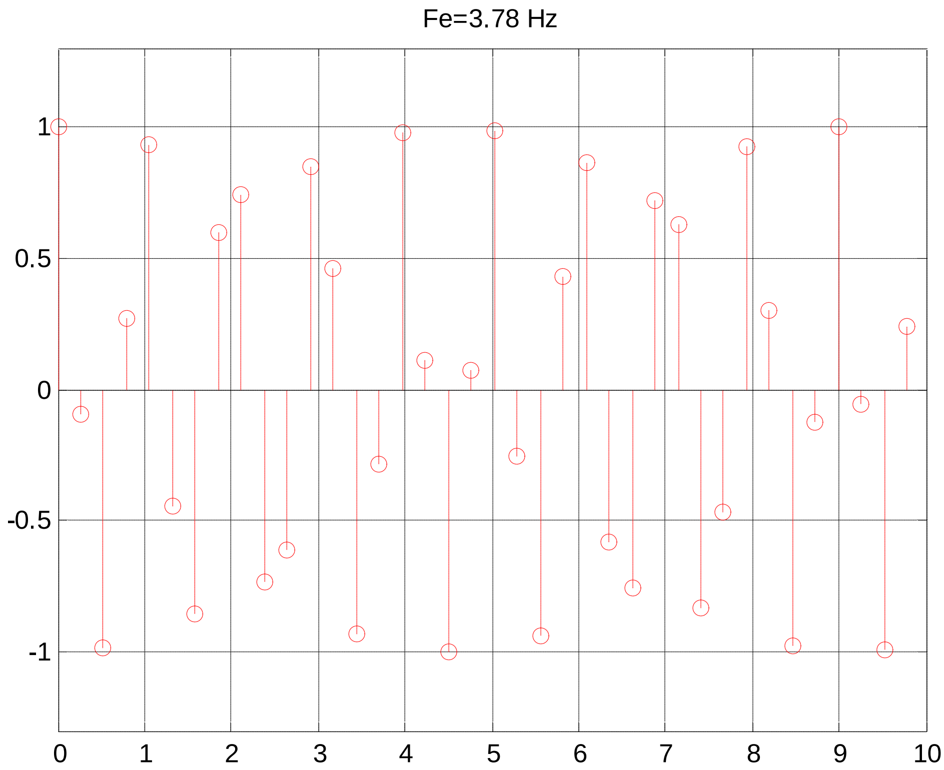
On considère le signal *y* = cos(2πx) de fréquence 1 Hz sur une durée de 10 s.

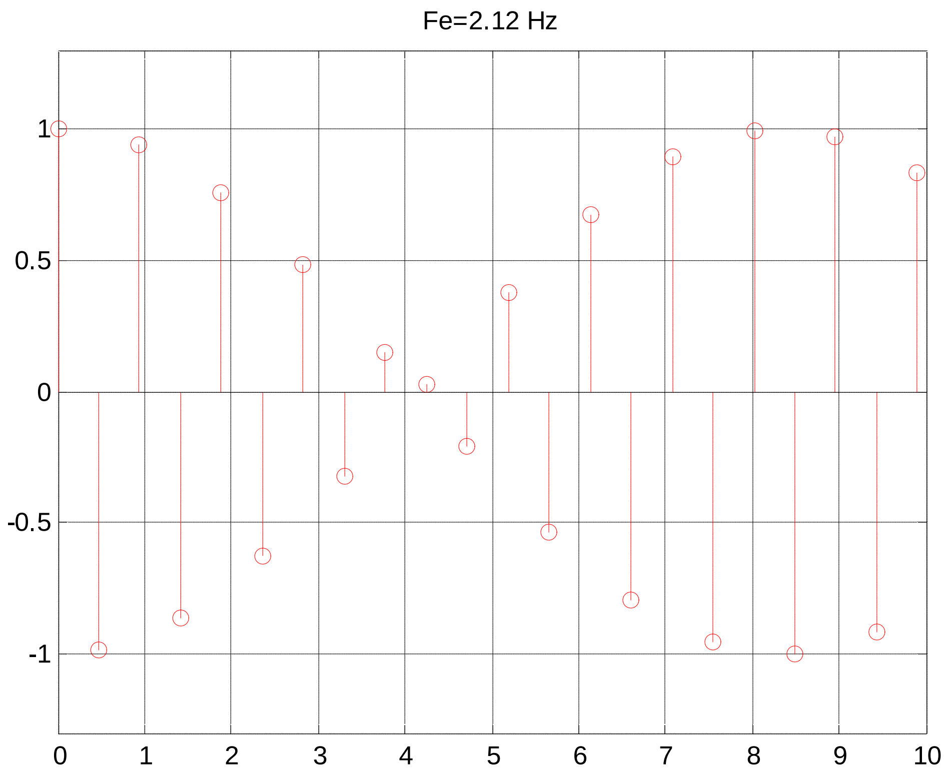


Ce signal est échantillonné respectivement aux fréquences Fe(i) = [11,5 3,78, 2,12, 1,76 0,86] Hz comme indiqué dans les 5 figures suivantes :

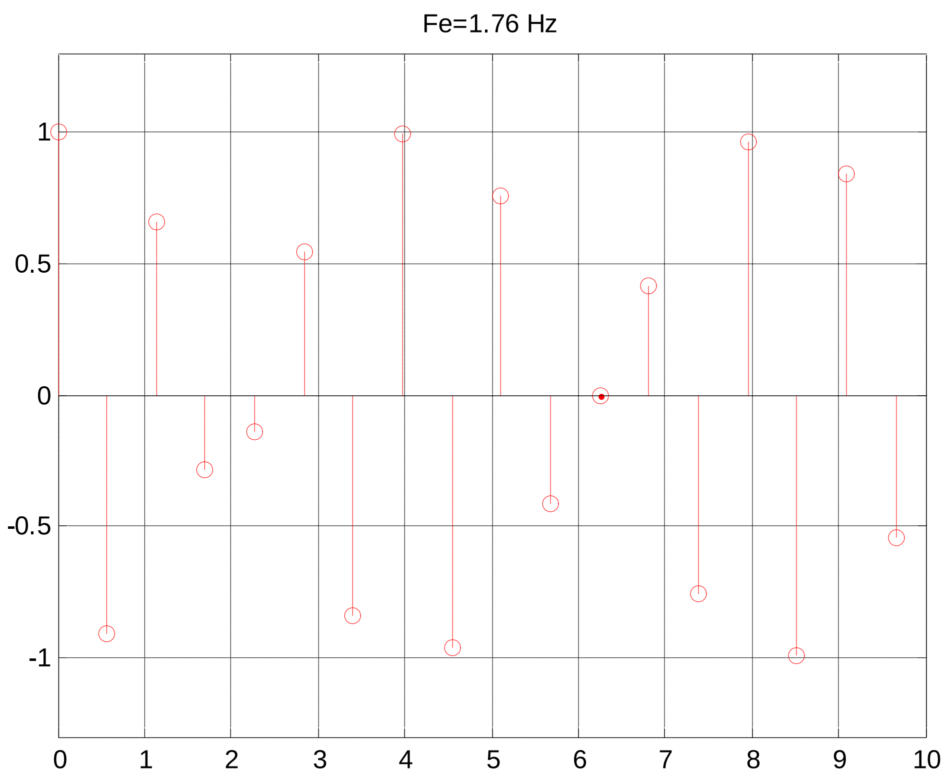


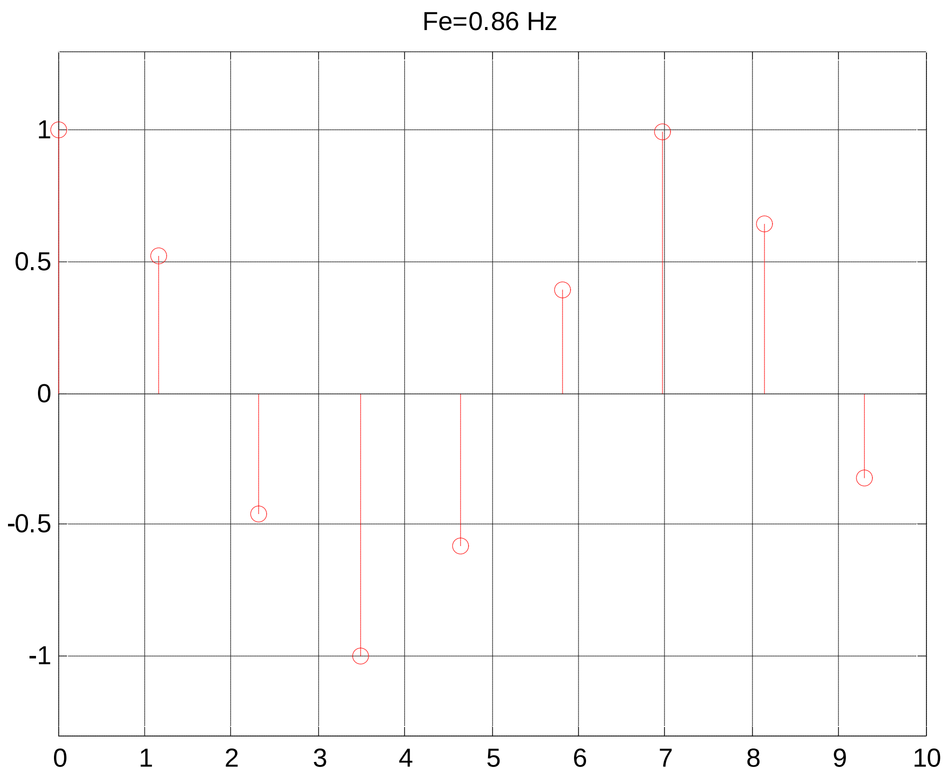
E. Boutillon
Licence 1, UFR SSI





E. Boutillon
Licence 1, UFR SSI

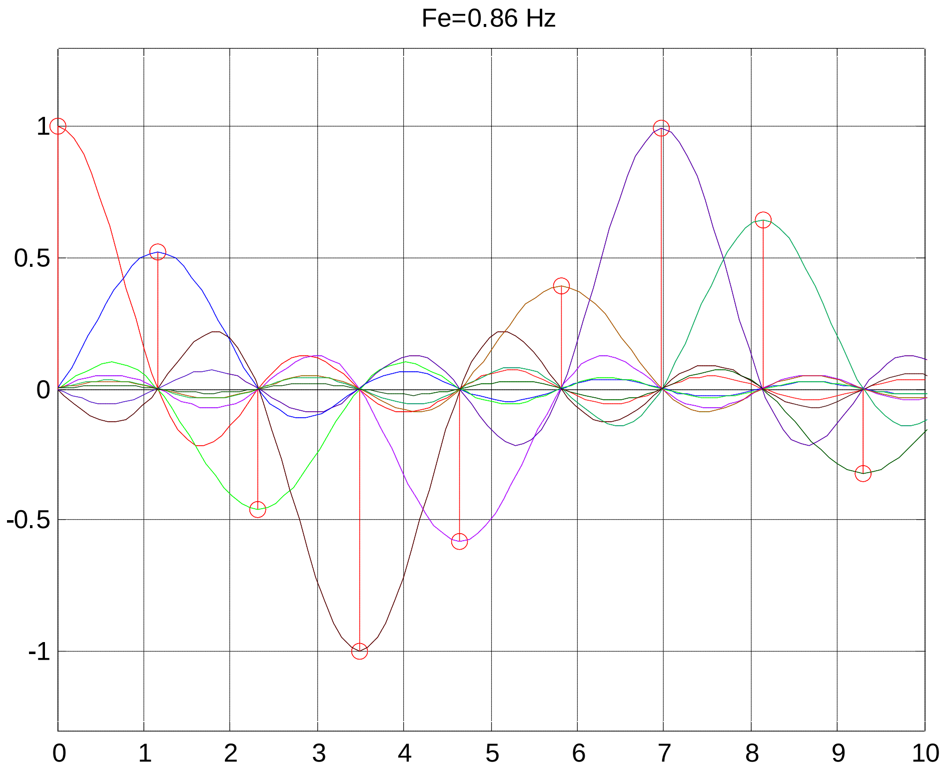


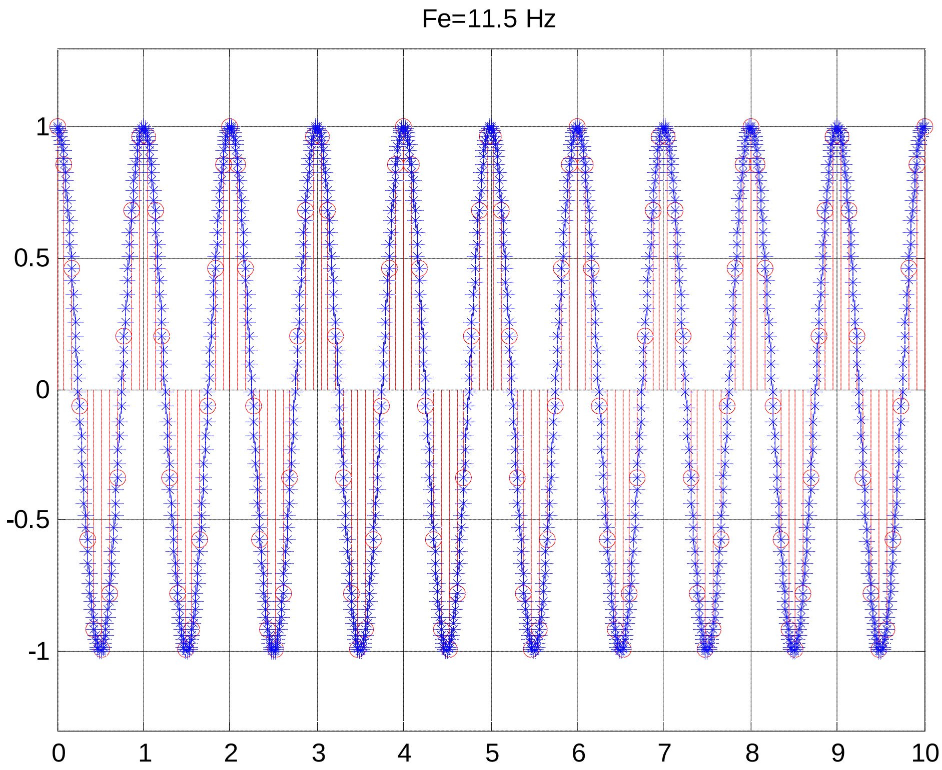


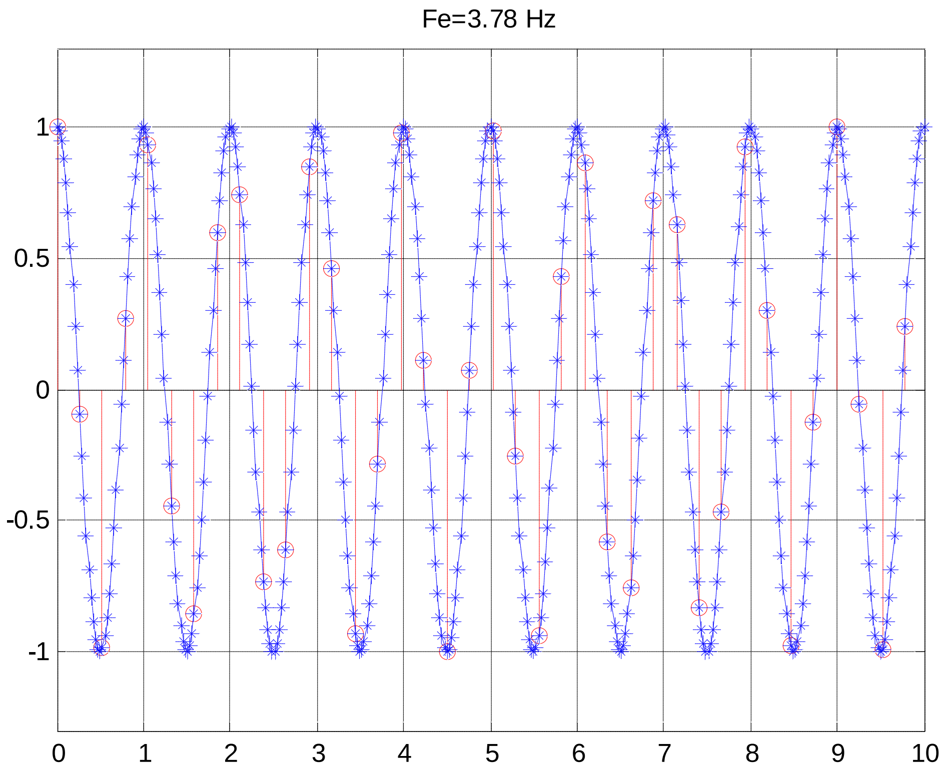
E. Boutillon
Licence 1, UFR SSI

Reconstruction par interpolation de sinus cardinal ($sinc(t) = \sin(\pi t)/ (\pi t)$).

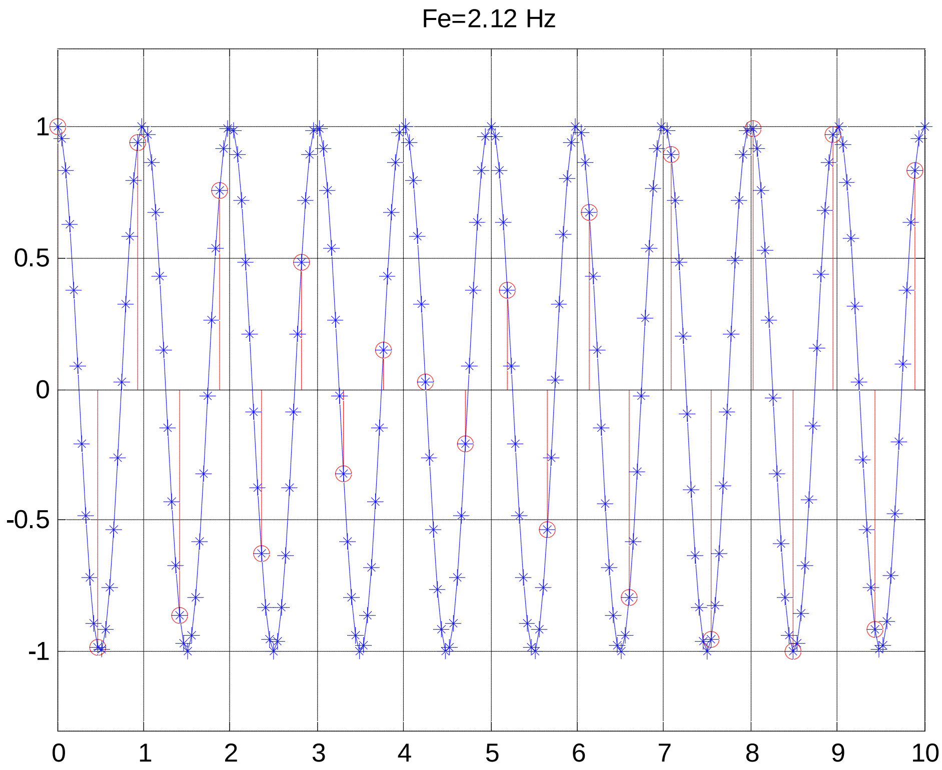
On essaye de reconstruire les signaux originaux à partir de la fonction sinc en « plaçant » sur chaque échantillon la fonction sinc(t × Fe).

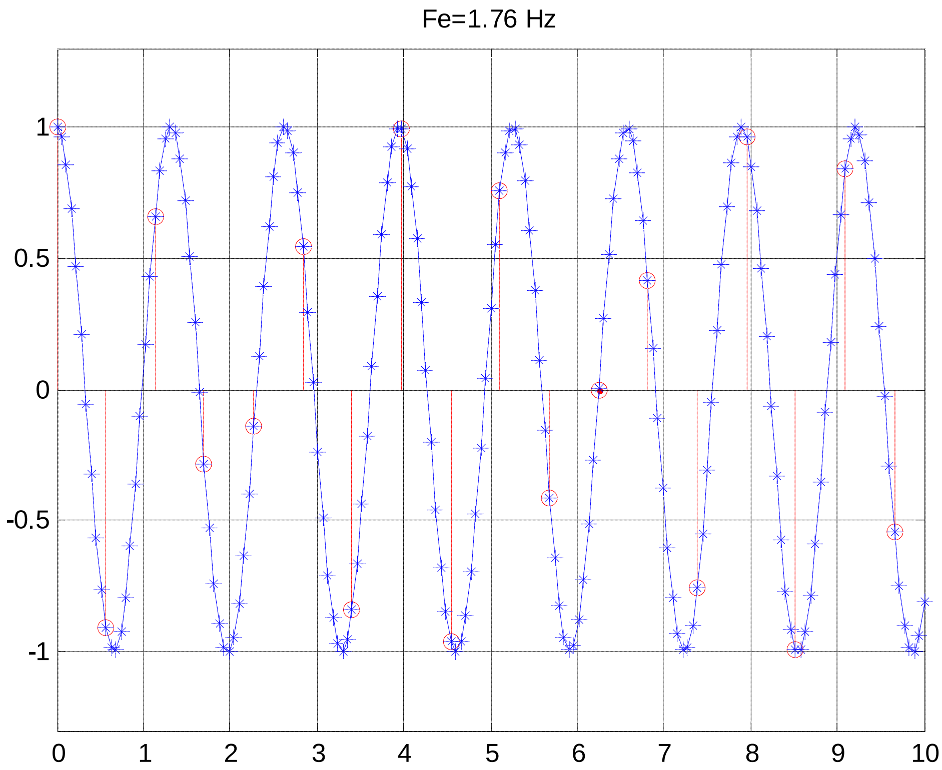


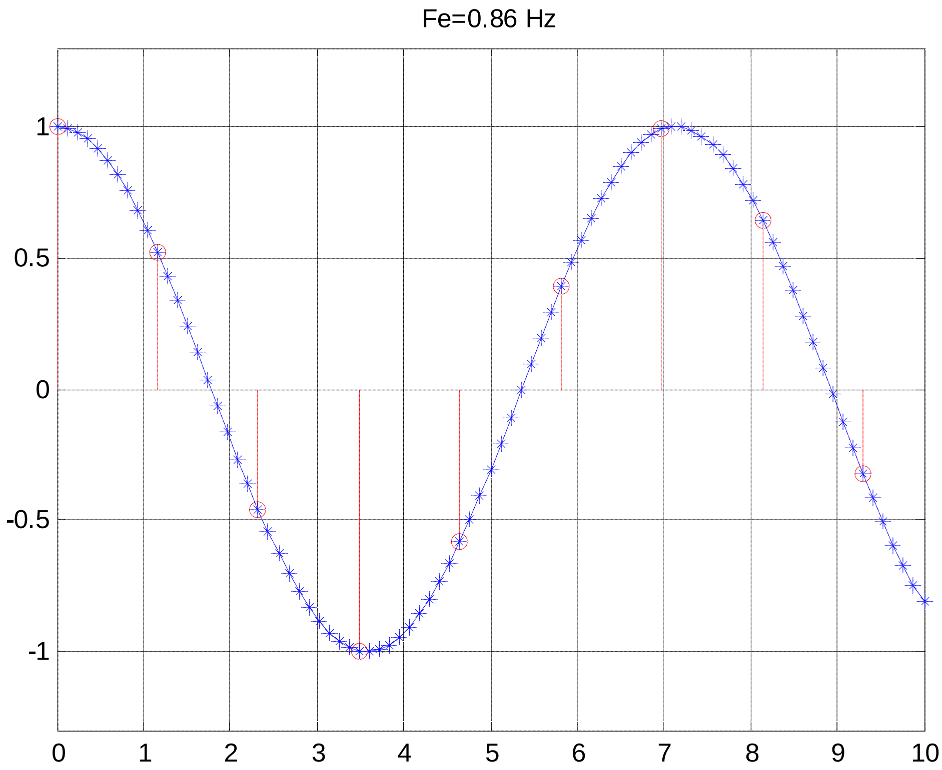

Fe=11.5 Hz
1
0.5
0
-0.5
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10


Fe=3.78 Hz
1
0.5
0
-0.5
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

E. Boutillon
Licence 1, UFR SSI







Essayer, à partir de cette expérience, de trouver la valeur minimale de la fréquence échantillonnage *Fe* permettant de reconstruire correctement la fonction cosinus initial ?

Comment étendre cette loi si le signal initial est la superposition de 2 signaux sinusoïdaux ?

Comment étendre cette loi si le signal initial est la superposition de *N* signaux sinusoïdaux ?

Comment étendre cette loi si le signal initial est la superposition dûne infinité de signaux sinusoïdaux ?