



# Non-binary LDPC codes associated to high-order modulations

#### **Ahmed ABDMOULEH**

**Directeurs de thèse**: Emmanuel BOUTILLON et Catherine DOUILLARD

**Encadrants**: Charbel ABDEL NOUR et Laura CONDE-CANENCIA







### Plan de la présentation

- 1. Contexte de la thèse.
- 2. Optimisation de la diversité de constellation.
- 3. Optimisation conjointe des codes LDPC non binaires et des modulations d'ordre élevé.
- 4. Conclusion et perspectives.







### Plan de la présentation

- 1. Contexte de la thèse.
- 2. Optimisation de la diversité de constellation.
- 3. Optimisation conjointe des codes LDPC non binaires et des modulations d'ordre élevé.
- 4. Conclusion et perspectives.

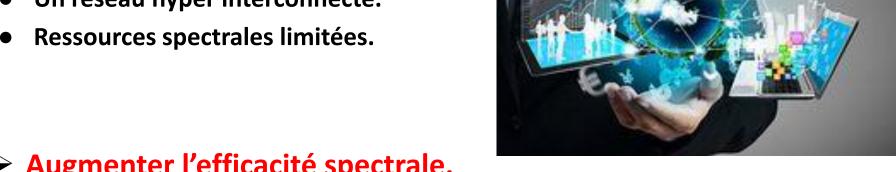






### Contexte général

- Volume de données important.
- Nombre croissant d'appareils connectés.
- Un réseau hyper interconnecté.



Augmenter l'efficacité spectrale.

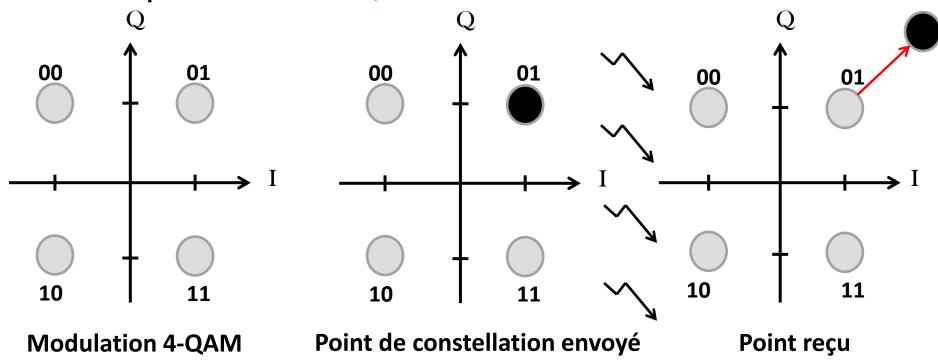






#### Augmenter l'efficacité spectrale

- Augmenter l'efficacité spectrale : envoyer « m » bits par transmission.
  - Modulations d'ordre élevé.
- Exemple : Modulation 4-QAM-> envoi de m=2 bits simultanément.



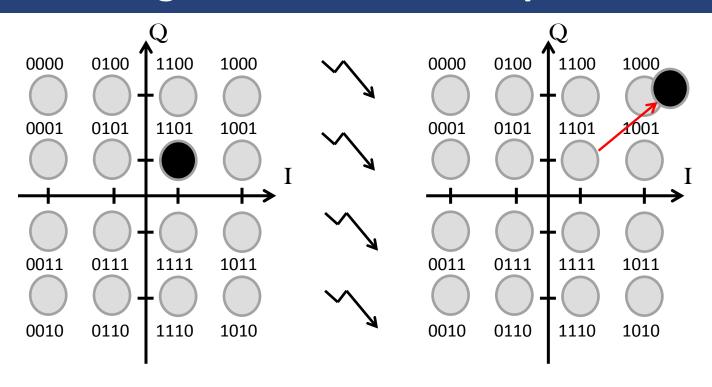
Bruit du canal -> Le point envoyé est dévié.







#### Augmenter l'efficacité spectrale



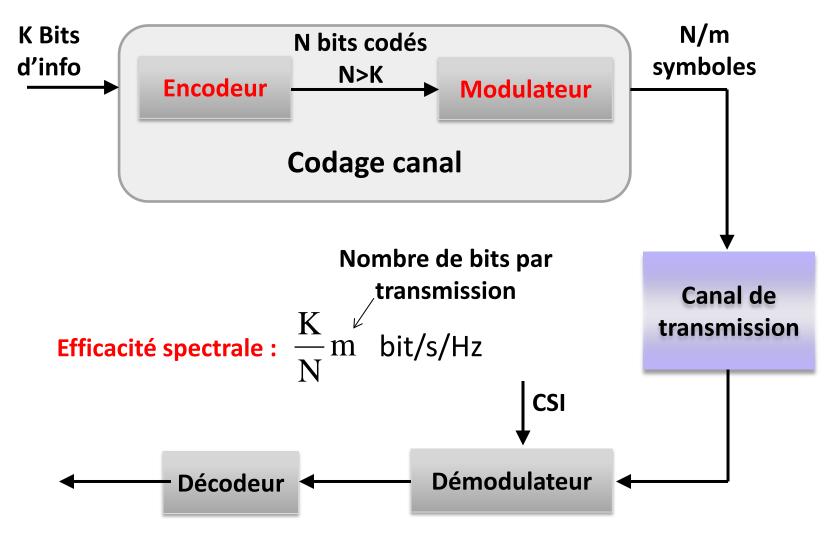
- Modulation 16-QAM -> m=4 bits transmis par utilisation canal -> système plus efficace.
- Bruit de canal plus influent-> plus d'erreurs
- Besoin de code correcteur d'erreurs efficace.







#### Schéma de transmission









#### Canal de transmission



#### **Canal Gaussien**

$$Y = X + W$$

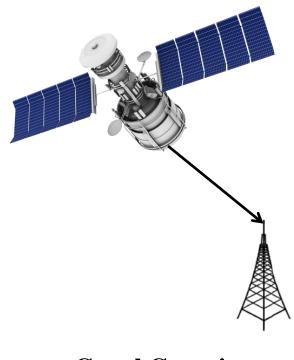
#### Diffusion point à point



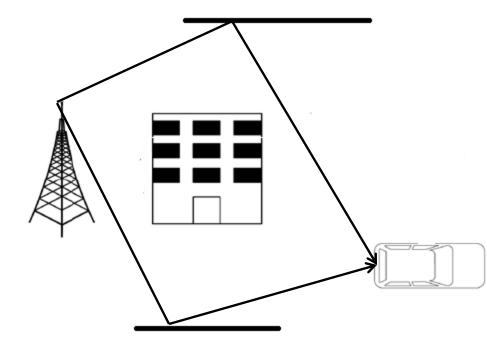




#### Canal de transmission



**Canal Gaussien** 



$$Y = \rho X + W$$

Canal de Rayleigh

Diffusion terrestre



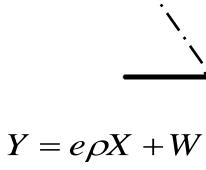




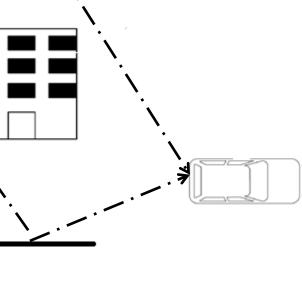
#### Canal de transmission



**Canal Gaussien** 



 $e \in \{0, 1\}$ 



Canal de Rayleigh avec effacement.







## Schéma de codage

#### Deux schémas de codage possibles.

- Bit-interleaved coded modulation (BICM).
  - ➤ Association de code correcteur d'erreur binaire et d'une modulation non-binaire. (LDPC + Entrelaceur + modulation non binaire)

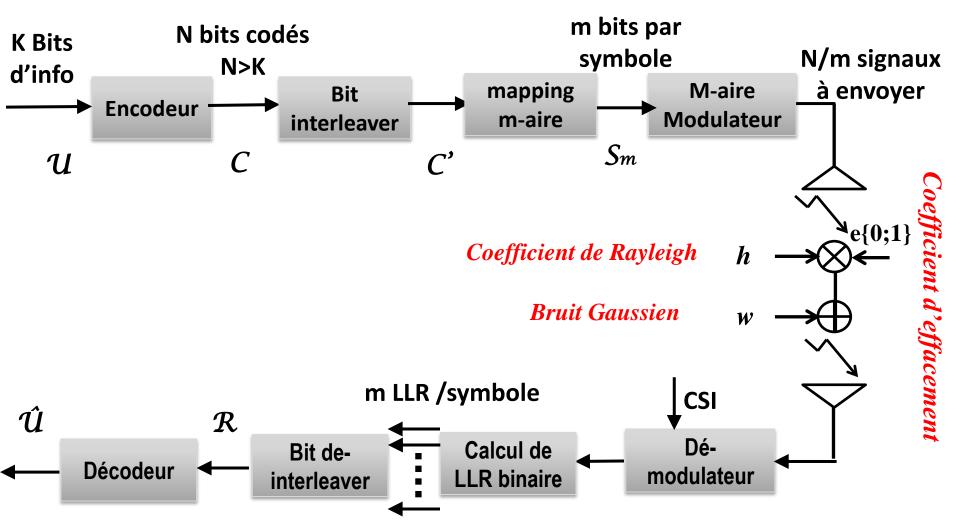
- Coded modulation (CM).
  - ➤ Association de code correcteur d'erreur non-binaire et d'une modulation non-binaire. (LDPC-NB + modulation non binaire)







#### Bit-interleaved coded modulation

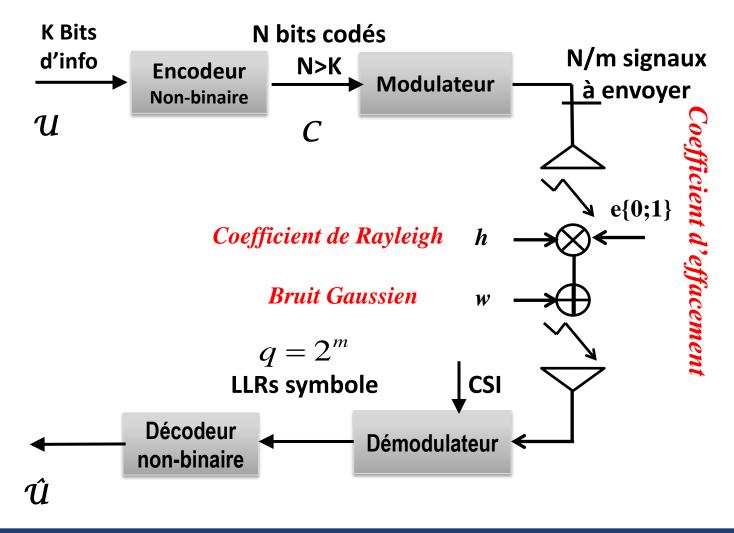








#### **Coded modulation**

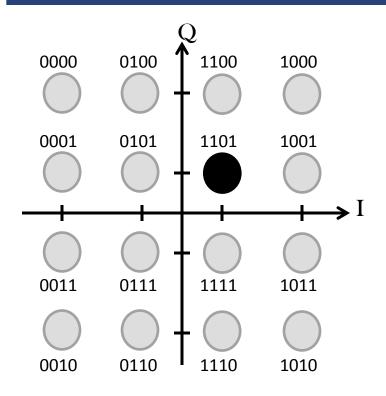


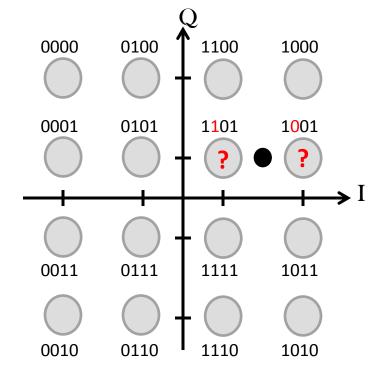






#### Capacité de transmission





4 bits d'information envoyés.

1 bit d'incertitude.

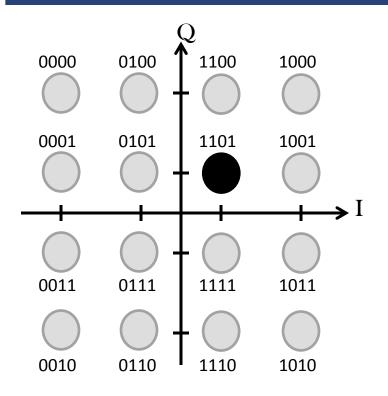
> 3 bits transmis.

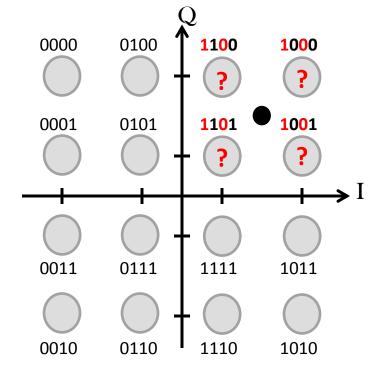






## Capacité de transmission





4 bits d'information envoyés.

2 bits d'incertitude.

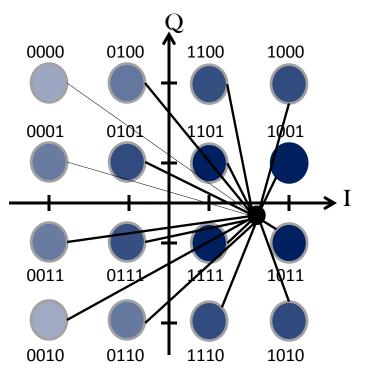
2 bits transmis.







### Capacité de transmission



 Pour un point y reçu, l'incertitude sur X est donnée par l'entropie

$$H(X \setminus y)$$

La quantité d'information envoyée :

$$I(X; y) = m - H(X \setminus y)$$

• L'information mutuelle moyenne :

$$I(X;Y) = m - E[H(X \setminus y)]$$

Evaluée par simulation de Monte Carlo.

La capacité de canal est la limite théorique absolue, appelée limite de Shannon. Elle est définie par:  $C = \max_{Y} I(X;Y)$ 

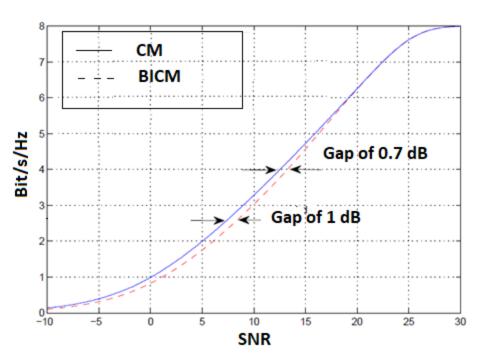




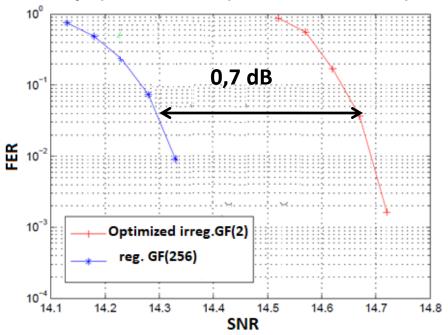


#### Information mutuelle et performances

Les courbes d'information mutuelle : CM et la BICM, 256-QAM et canal Gaussien.



Courbes de décodage : Codes LDPC Vs codes LDPC-NB- GF(256), rendement 1/2, 64000 bits, canal Gaussien,

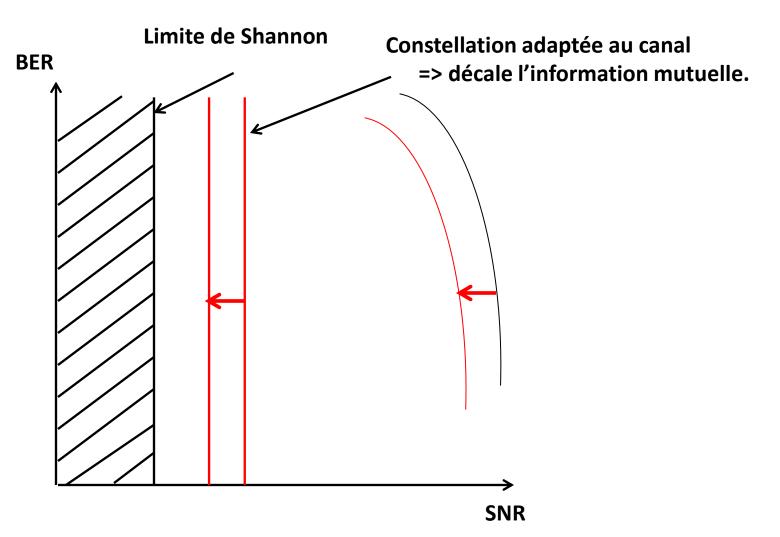








#### Comment améliorer les performances?

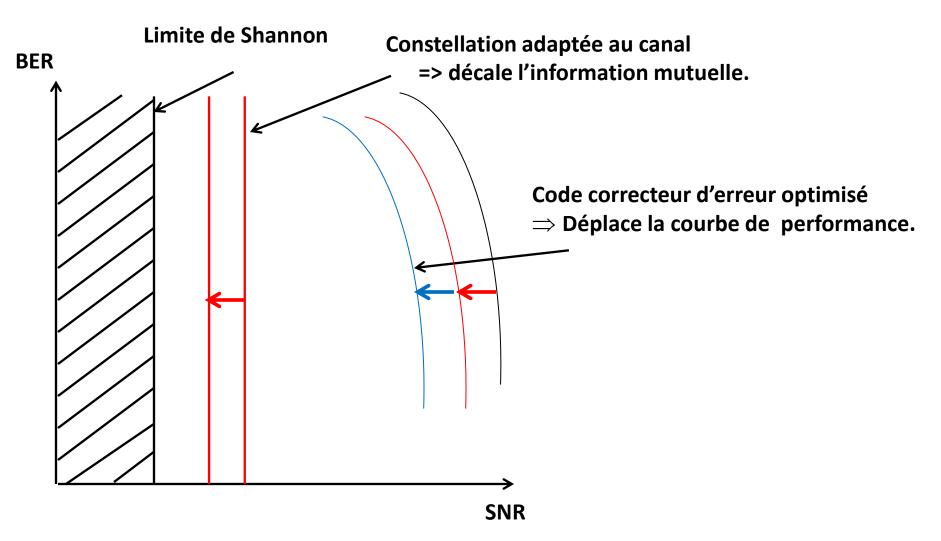








#### Comment améliorer les performances?









### **Problématiques**

Peu d'études concernent les avantages de l'association des codes non binaires et des modulations non binaires.

Quels avantages présente le schéma de transmission en modulation codée ?

Comment améliorer les modulations codées ?







### Plan de la présentation

- 1. Contexte de la thèse
- 2. Optimisation de la diversité de constellation
- 3. Optimisation conjointe des codes LDPC non binaires et des modulations d'ordre élevé.
- 4. Conclusion et perspectives







## Diversité de constellation (Signal Space Diversity)

- La diversité de constellation est une forme de diversité qui s'intéresse à la partie modulation (Signal Space Diversity).
- C'est une technique innovante introduite dans la norme DVB-T2.



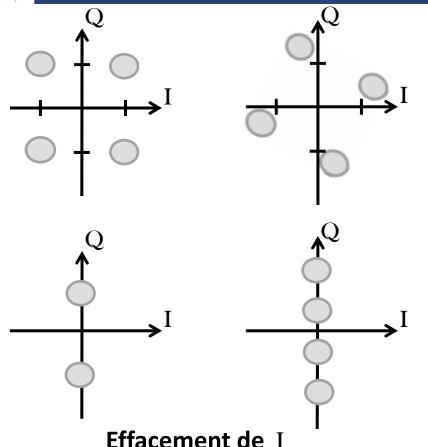
- Deux points clés sont nécessaires pour une bonne application de cette technique de diversité.
  - 1. Rotation de la constellation.
  - 2. Entrelacement entre I et Q.







### Diversité de constellation (Signal Space Diversity)



Rotation de la constellation.

Corréler l'information portée par les composantes (I) et (Q).

#### Entrelacement entre I et Q.

Evanouissement et/ou effacement indépendant entre (I) et (Q).

Plus de diversité en appliquant la rotation et l'entrelacement des composants (I) et (Q)







## Optimisation de la diversité de constellation

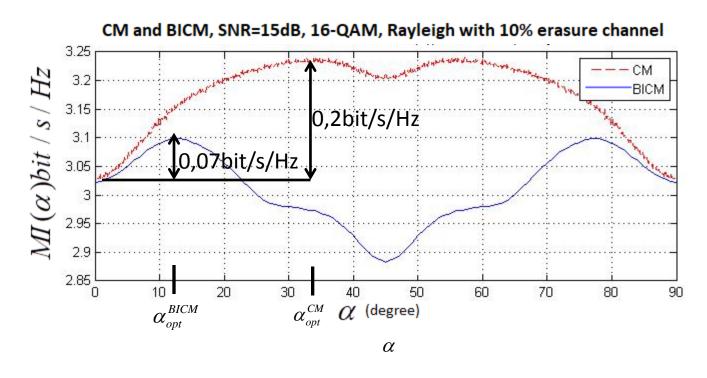
- Paramètre à optimiser : angle de rotation.
- Nombreuses méthodes d'optimisation :
  - Minimiser le FER (=> simulation)
  - ➤ Un compromis entre la distance de Hamming et la distance produit de la constellation initiale et de ses projections sur l et Q.
- On propose de déterminer l'angle de rotation par une optimisation de l'information mutuelle.
  - **──→** Maximiser l'information mutuelle.







#### L'IM en fonction de l'angle de rotation



$$MI_{SNR}^{CM}(\alpha) = I_{CM}(X;Y)$$

$$MI_{SNR}^{BICM}(\alpha) = I_{BICM}(X;Y)$$

1. 
$$\forall \alpha, MI_{SNR}^{CM}(\alpha) \ge MI_{SNR}^{CM}(0)$$

2. 
$$\exists \alpha, MI_{SNR}^{BICM}(\alpha) < MI_{SNR}^{BICM}(0)$$

3. 
$$\forall \alpha, MI_{SNR}^{CM}(\alpha) \ge MI_{SNR}^{BICM}(\alpha)$$

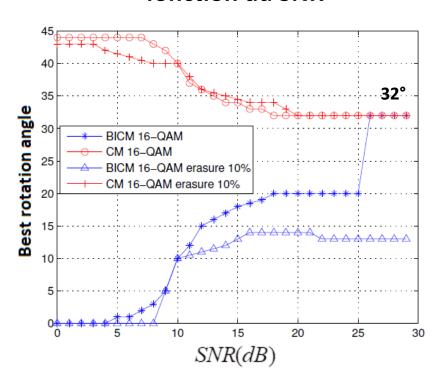






#### Meilleur angle de rotation en fonction du SNR

## Angle de rotation optimal en fonction du SNR



$$\alpha_{opt}^{CM}(SNR) = \underset{\alpha[0..90]}{\operatorname{arg max}} \{ MI_{SNR}^{CM}(\alpha) \}$$

$$\alpha_{opt}^{BICM}(SNR) = \underset{\alpha[0..90]}{\operatorname{arg max}} \left\{ MI_{SNR}^{BICM}(\alpha) \right\}$$

$$\alpha_{opt}^{CM} \rightarrow 32^{\circ}$$
 $SNR \rightarrow \infty$ 



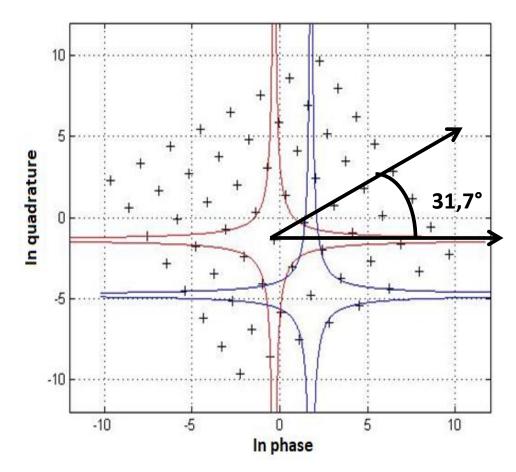




#### Meilleur angle de rotation en pour les forts SNRs

L'angle de rotation optimal a été déjà proposé pour les forts SNR par Giraud et al. [1].

Le principe est de maximiser la valeur de « Distance produit »



[1] X. Giraud, K. Boulle and J. C. Belfiore, "Constellations Designed for the Rayleigh Fading Channel," IEEE International Symposium on Information Theory, 1993.

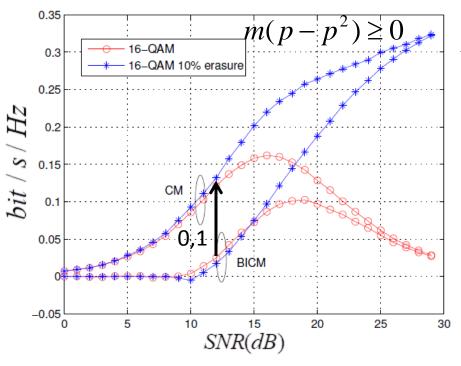






#### Meilleur angle de rotation en fonction du SNR

# Accroissement des gains de performance en fonction du SNR



$$MI_{gain}^{CM}(SNR) = MI_{SNR}^{CM}(\alpha_{opt}) - MI_{SNR}^{CM}(0)$$

$$MI_{gain}^{BICM}(SNR) = MI_{SNR}^{BICM}(\alpha_{opt}) - MI_{SNR}^{BICM}(0)$$

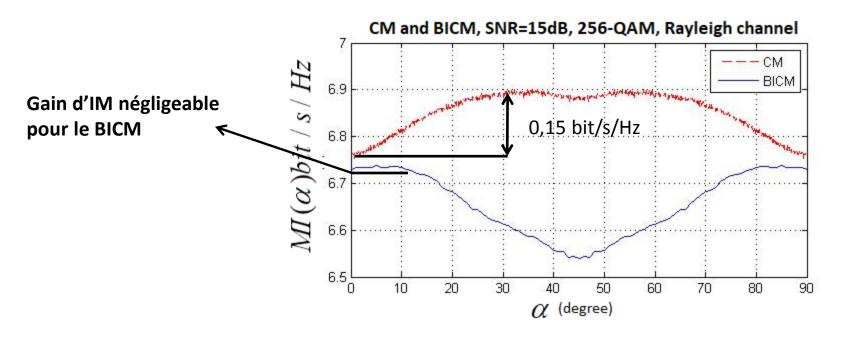
- Canal de Rayleigh avec effacement:
- Pas de constellation tournée pertes : mp
- Constellation tournée pertes :  $mp^2$







#### L'IM en fonction de l'angle de rotation



On peut étendre l'étude de l'impact de l'angle de rotation sur l'IM sur différentes constellations e.i. 256-QAM, 64-QAM ect ...

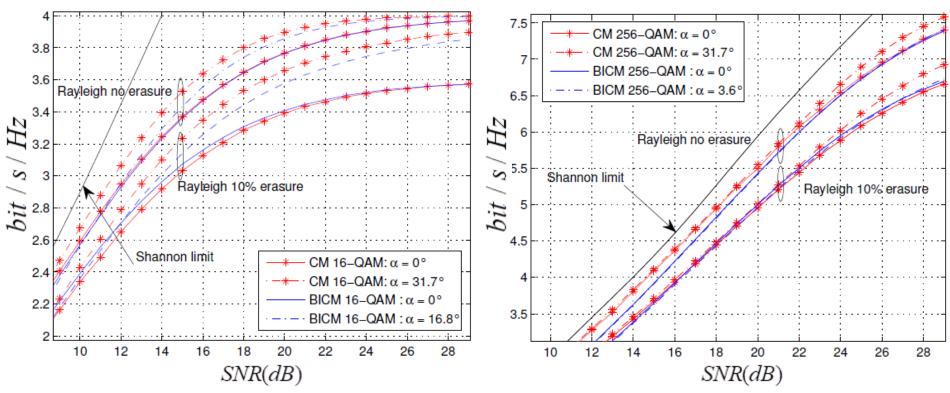






#### L'IM en fonction du SNR

- Courbe de l'IM en fonction du SNR. (Il faut fixer un angle de rotation pour la CM et pour la BICM). C'est une bonne indication pour les courbes de performances.
- CM: 31,7° (meilleur angle pour les SNR élevés).
- BICM: 16,8°(16-QAM) 3,6°(256-QAM) -> valeurs proposées par la norme DVB-T2.



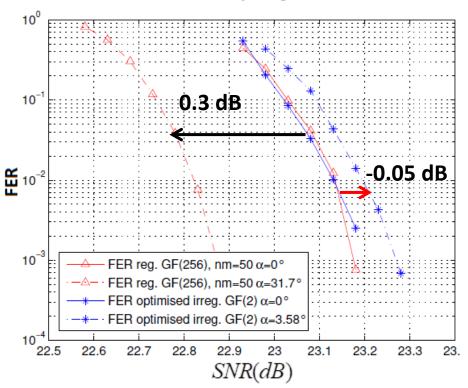




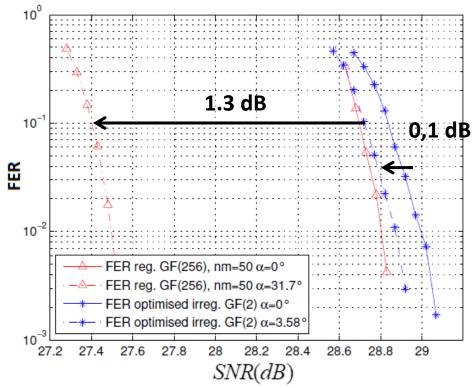


### Courbes de performances

CM vs BICM, trame taille 64000 bits, rendement 3/4, 256-QAM et canal de Rayleigh.



CM vs BICM, trame taille 64000 bits, rendement 9/10, 256-QAM et canal de Rayleigh.









## récapitulatif

- Nous avons réalisé une étude théorique de l'IM pour optimiser l'angle de rotation pour les schémas en CM et en BICM, on peut conclure que :
  - 1. Il n'y a pas d'angle de rotation optimal absolu pour la BICM.
  - 2. L'angle 31,7° est quasi optimal pour la CM sur une large plage de SNR pour le canal de Rayleigh avec et sans effacement.
  - 3. L'étude théorique montre que la CM présente des performances supérieures à celles de la BICM en appliquant la constellation tournée.
- Avantages des codes LDPC-NB pour les futurs standards de transmissions.

Nous avons valorisé ces travaux par un article de conférence [2] à « International Conference in Telecommunications», Grèce.

[2] A. Abdmouleh, E. Boutillon, L. Conde-Canencia, C. A. Nour, and C. Douillard, "On signal space diversity for non binary coded modulation schemes," *IEEE International Conference on Telecommunications (ICT)*, May 2016.







### Plan de la présentation

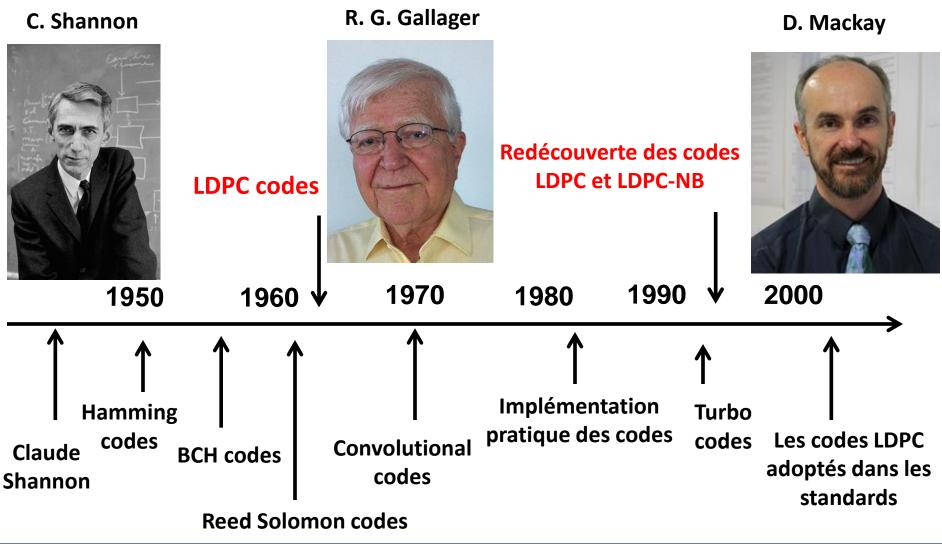
- 1. Contexte de la thèse.
- 2. Optimisation de la diversité de constellation.
- 3. Optimisation conjointe des codes LDPC non binaires et des modulations d'ordre élevé.
- 4. Conclusion et perspectives







#### **Evolution vers les codes LDPC non-binaires**





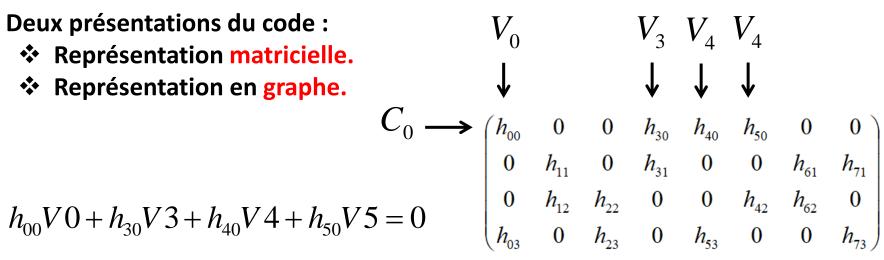




#### **Codes LDPC non-binaires**

- Les codes LDPC sont des codes linéaires.
- Ils sont représentés par une matrice de parité creuse.
- Les symboles sont définis dans le corps de Galois.

#### Matrice de parité



$$h_{00}V0 + h_{30}V3 + h_{40}V4 + h_{50}V5 = 0$$



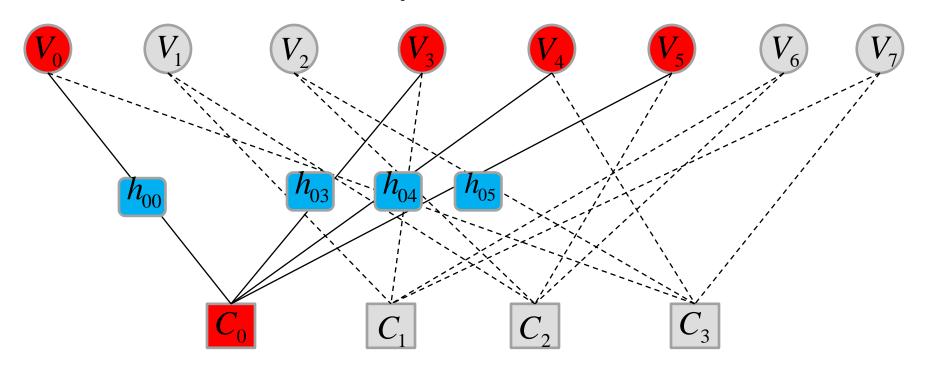




#### **Non-binary LDPC CODES: Tanner Graph**

- Les codes LDPC peuvent être représentés par un Graphe de Tanner.
- L'intérêt d'une telle représentation : Décodage itératif.

#### **Graphe de Tanner**









# Optimisation de la matrice de parité (LDPC-NB)

- Optimiser la construction d'une matrice d'encodage LDPC-NB revient à :
  - 1. Choisir la topologie de la matrice (maximiser le « Girth »).
  - 2. Choisir les coefficients associés à une contrainte de parité de façon à avoir un code local puissant.
  - 3. Affecter les coefficients aux branches en respectant certaines contraintes.

Etape 2 : Dans le cas du canal Gaussien, il faut maximiser la distance euclidienne entre les mots de code associés à la contrainte de parité.







## **Optimisation des coefficients pour la BPSK**

Dans l'état de l'art, l'optimisation des coefficients est réalisée pour la modulation BPSK.

✓ En BPSK la distance Euclidienne et la distance de Hamming sont équivalentes.

Distance sur un espace de dimension D=2dc

Le nombre de bits différents

Optimisation basée sur la distance de Hamming.

Poulliat et al [3] ont déterminé les coefficients de l'équation de parité optimaux pour un degré de nœud de parité  $d_c = 4$ .

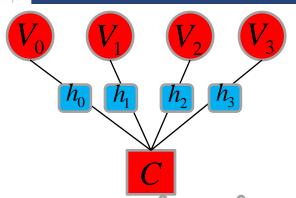
[3] C. Poulliat, M. Fossorier, and D. Declercq, "Design of (2,dc)-LDPC codes over GF(q) using their binary image, IEEE Transactions on communications, vol 56, NO. 10, Oct 2008.







# Optimisation des coefficients pour la BPSK



$$V_0, V_1, V_2, V_3 \in GF(q)^4 = (GF(2)^m)^4$$

Mot de code binaire de taille  $4 \times m$  bits,  $m = Log_{\gamma}(q)$ 

Si 
$$C_1 = (0000, 0100, 0010, 0001)$$
 est un mot de code  $C_0 = (0000, 00000, 00000, 00000)$  mot de code « tout zéro »

3 bits de différence 
$$d_H(C_0, C_1) = 3$$

Problème d'optimisation : trouver  $h_0$   $h_1$   $h_2$   $h_3$  tel que :

$$d_{\min} = \min_{C \in C^*} d_H(C_0, C)$$
 soit maximale

$$S(d_{\min}) = \left|\left\{C \in C^* / d_H(C_0, C) = d_{\min}\right\}\right|$$
 soit minimale

Solution dans [3] pour  $d_C=4$  , GF(64) l'ensemble {  $\alpha^0 \alpha^9 \alpha^{22} \alpha^{37}$  }

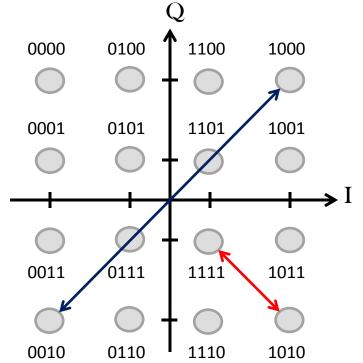
On a 
$$d_{\min} = 3$$
 et  $S(d_{\min}) = 20$ 







# Distance Euclidienne vs distance de Hamming pour les modulation d'ordre <u>élevé</u>



On considère une modulation avec un Gray mapping.

$$d_H(0010,1000) = 2$$
  $D(0010,1000) = 6\sqrt{2}$ 

$$d_H(1111,1010) = 2$$
  $D(1111,1010) = 2\sqrt{2}$ 

- **❖ L'équivalence** entre distance Euclidienne et distance de Hamming n'est pas vérifiée pour les modulations d'ordre élevé.
- > Il faut utiliser les distance Euclidienne pour choisir les coefficients non nuls.





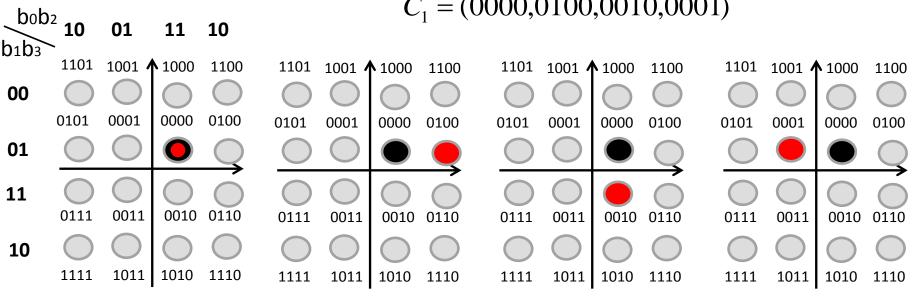


## Relation entre distance Euclidienne et mapping

## Mapping de Gray ∏ 0

$$C_0 = (0000,0000,0000,0000)$$

$$C_1 = (0000,0100,0010,0001)$$



$$D(C_0^0, C_1^0) = 0$$

$$D(C_0^1, C_1^1) = 2$$

$$D(C_0^2, C_1^2) = 2$$

$$D(C_0^0, C_1^0) = 0$$
  $D(C_0^1, C_1^1) = 2$   $D(C_0^2, C_1^2) = 2$   $D(C_0^3, C_1^3) = 2$ 

$$D(C_0, C_1)^2 = \sum_{k=0}^{3} D(C_0^k, C_1^k)^2 = 12 \Rightarrow D(C_0, C_1) = 2\sqrt{3}$$





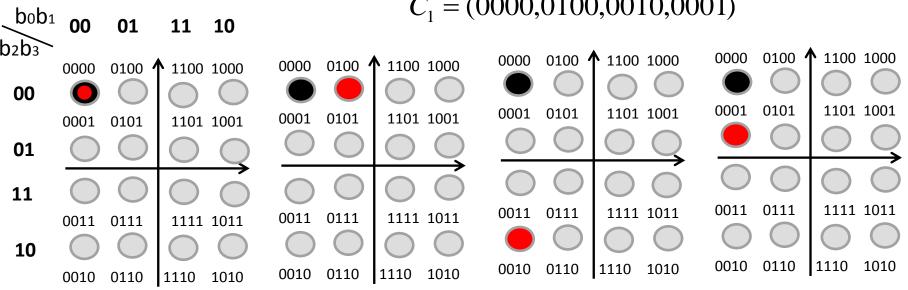


## Relation entre distance Euclidienne et mapping

### Mapping de Gray $\prod 1$

$$C_0 = (0000,0000,0000,0000)$$

$$C_1 = (0000,0100,0010,0001)$$



$$D(C_0, C_1)^2 = \sum_{k=0}^{3} D(C_0^k, C_1^k)^2 = 44 \Rightarrow D(C_0, C_1) = 2\sqrt{11} \neq 2\sqrt{3}$$

La distance Euclidienne entre les mots de codes dépend du mapping de utilisé.







# Méthode d'optimisation

- 1. Utiliser un mapping de Gray au niveau de la constellation pour garantir des propriétés entre distance de Hamming et distance Euclidienne :  $d_H(C_0,C_1) \ge 3 \Rightarrow D(C_0,C_1) \ge 2\sqrt{3}$
- 2. Pour un couple (coefficients Gray mapping) donnée, définition d'une méthode rapide de détermination de  $S(2\sqrt{3})$ , le nombre de couples de mots de code à une distance de  $2\sqrt{3}$  les uns aux autres.
- 3. Enumération d'une classe de codage de Gray par permutation des bits et détermination du couple (codage de Gray coefficients) qui minimisent  $S(2\sqrt{3})$ .







## Exemples de spectres de distances

Nous avons réalisé une étude exhaustive sur les couples (Gray mapping – coefficients) d'une équation de parité. Nous présentons trois combinaisons comme suit :

- 1. Coefficients + Gray mapping de l'état de l'art. [1] et (DVB-T2).
- 2. Gray mapping qui maximise  $S(2\sqrt{3})$  , associé aux coefficients de l'état de l'art [1].
- 3. La meilleure combinaison entre Gray mapping et coefficients trouvée.

Code	Mapping $\sigma$	Coeff.	$S_{\pi,\mathcal{C}}(2\sqrt{3})$		$S_{\pi,\mathcal{C}}(4)$	
$(\mathcal{C},\pi)_0$	$\{5,4,3,2,1,0\}$	$\alpha^{\{0,9,22,37\}}$	516,096		3,868,672	
$(\mathcal{C},\pi)_1$	$\{3, 0, 2, 1, 5, 4\}$	$lpha^{\{0,9,22,37\}}$	909,312	+76%	2,910,208	-24%
$(\mathcal{C},\pi)_2$	$\{4,2,1,0,5,3\}$	$\alpha^{\{0,8,16,42\}}$	385,024	-25%	3,499,008	-10%

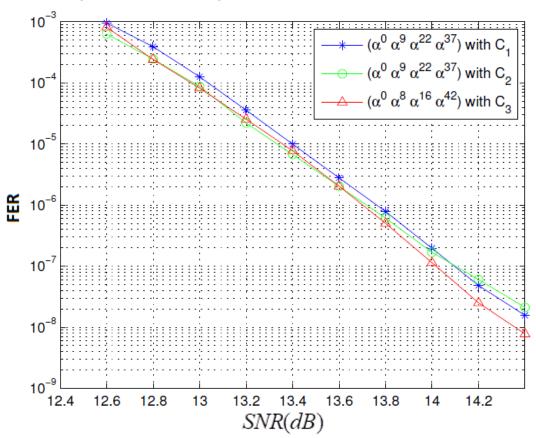






## Résultats de simulation

• Nous avons réalisé la construction de deux matrices d'encodage de taille 48 et rendement 1/2 utilisant les deux quadruplets de coefficients  $\{\alpha^0 \alpha^9 \alpha^{22} \alpha^{37}\}$  et  $\{\alpha^0 \alpha^8 \alpha^{16} \alpha^{42}\}$ .



- Les résultats de simulation comparent les trois cas de figure que nous avons choisis.
- Un gain de performance qui atteint 0,2 dB peut être obtenu.
- Les gains obtenus n'ajoutent pas de complexité au système de transmission.







# Récapitulatif

Nous avons réalisé une optimisation conjointe des codes LDPC-NB et des modulations.

Meilleur schéma en modulation codée est proposé. Des gains de performances sont obtenus sans ajout de complexité.

Nous avons valorisé ces travaux par un article de conférence à ISTC [4], et une demande de Brevet en collaboration avec France Brevet [5].

[4] A. Abdmouleh, E. Boutillon, L. Conde-Canencia, C. A. Nour, and C. Douillard, "A new approach to optimise Non-Binary LDPC codes for coded modulations," *IEEE International Symposium on turbo Codes and Iterative Information Processing (ISTC)*, pp. 295–299, Sep 2016.

[5] A. Abdmouleh, E. Boutillon, Methods and devices for generating optimized coded modulations," *Numéro de Demande : EP16306110.4, Déposant : UNIVERSITE DE BRETAGNE SUD*, Sep 2016.







# Plan de la présentation

- 1. Contexte de la thèse.
- 2. Optimisation de la diversité de constellation.
- 3. Optimisation conjointe des codes LDPC non binaires et des modulations d'ordre élevé.
- 4. Conclusion et perspectives







## **Conclusion**

#### Optimisation de la constellation tournée:

- ✓ Optimisation basée sur une analyse théorique de l'IM pour les schémas en CM et en BICM.
- Des avantages théoriques observés pour le schéma en CM par rapport au schéma en BICM.
- > Des gains en performances importants pour le schéma en CM.

### Optimisation conjointe des codes LDPC-NB et des modulations-NB:

- ✓ Optimisation conjointe des codes LDPC-NB et des modulations, basée sur une maximisation de la distance Euclidienne : Méthode innovante.
- Amélioration du schéma en modulation codée.
- ➤ Des gains de performances sont obtenus (0.2dB) sans ajout de complexité.







## **Perspectives**

#### Optimisation de la technique de la constellation tournée :

- ✓ La méthode d'optimisation proposée peut être généralisée à d'autres types de modulations (M-QAM et en q-PSK), rendements, et d'autres corps de Galois.
- **Application sur les transmissions en n-dimension.**

#### Optimisation conjointe des codes LDPC-NB et des modulations-NB:

- ✓ La méthode d'optimisation proposée peu être généralisée à d'autres rendements, longueurs de codes, types de modulations et codes non-binaires (turbo codes NB).
- ❖ Considérer des LDPC-NB définis sur un anneau. Des résultats préliminaires démontrent qu'on peut atteindre une distance Euclidienne minimale de 4.







# Merci de votre attention.



